

## 専門：I

問題1 次の文章はエネルギー白書 2019(経済産業省 資源エネルギー庁)を一部編集・追記したものである。この文章を読み、以下の問いに答えよ。

パリ協定は、2015年12月に開催された第21回気候変動枠組条約締約国会議(COP21)にて採択され、2016年11月に発効しました。同協定は、今世紀後半に温室効果ガス(Greenhouse Gas, 以下、「GHG」という。)の人為的な発生源による排出と吸収源による除去量との間の均衡を達成することを掲げています。この目標を達成するため、協定締約国の一つである日本は、GHG排出量を2030年度に2013年度比で26.0%削減の水準とすることとしました。

図1に示されるように、日本のGHG排出の約9割をエネルギー起源のCO<sub>2</sub>が占めています。

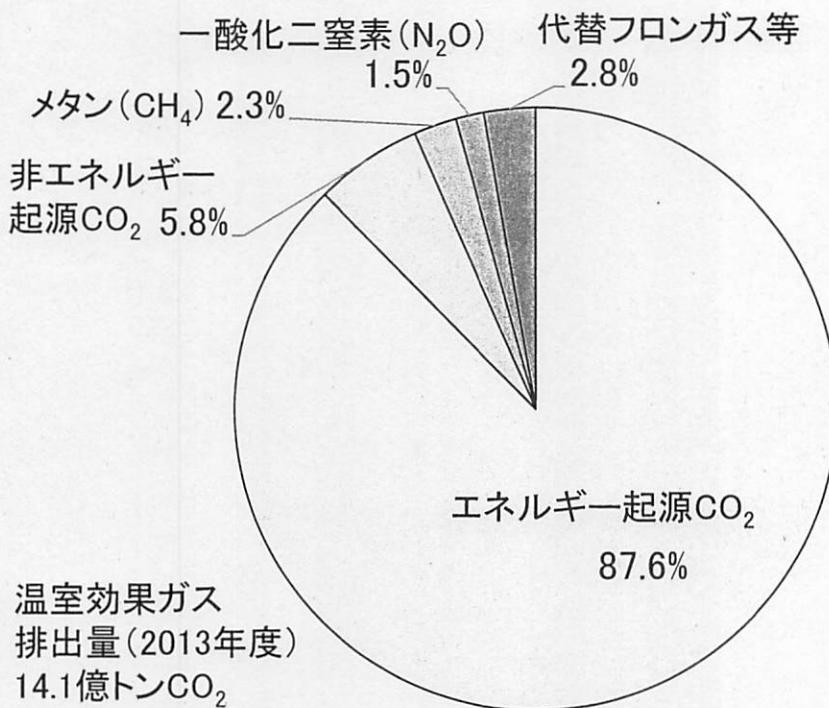


図1 温室効果ガスの排出量内訳

国立環境研究所「温室効果ガスインベントリ  
オフィス」日本の温室効果ガス排出量データ  
より作成。

このエネルギー起源CO<sub>2</sub>の排出量は、

$$(CO_2\text{排出量}) = (GDP) \times \frac{(CO_2\text{排出量})}{(エネルギー消費量)} \times \frac{(エネルギー消費量)}{(GDP)} \quad (1)$$

次ページに続く

## 専門:I (続き)

と表すことができます。式(1)の右辺の一部である  $(CO_2\text{排出量})/(エネルギー消費量) = CI$  はエネルギー供給の低炭素度の指標であり、 $(エネルギー消費量)/(GDP) = EI$  は GDP 当たりのエネルギー消費効率に相当する指標です。

2030 年度まで GDP は増加すると予測(A)されており、エネルギー起源 CO<sub>2</sub> の排出量削減のためには、エネルギー供給の低炭素化とエネルギー消費効率の改善が必要(B)です。日本では、こうした改善を通じてエネルギー起源 CO<sub>2</sub> 排出量を 2030 年度に 2013 年度比で 25% 削減し、GHG 排出量削減目標の確実な達成を目指しています。

- (1) 2013 年度の GHG 排出量は CO<sub>2</sub> 相当で 14.1 億トン CO<sub>2</sub> であった。2030 年度に達成すべきエネルギー起源 CO<sub>2</sub> の排出量(単位 億トン CO<sub>2</sub>)を求めよ。
- (2) 下線部(A)について、2014 年度から 2030 年度までの 17 年間で、GDP が毎年、前年度比 1.7% ずつ増加すると仮定すると、2013 年度と比較して 2030 年度の GDP は何% 増加するか計算過程とともに示せ。
- (3) 下線部(B)について、2030 年度のエネルギー供給の低炭素度の指標である CI を 2013 年度と比較して 14% 改善できると仮定する。このとき、以下の 2 つの場合について、2030 年度のエネルギー消費効率の指標 EI を 2013 年度と比較し、何% 改善する必要があるか、計算過程とともに有効数字 2 衔で答えよ。
  - 1) GDP が増加しない場合
  - 2) (2)の仮定に従って GDP が増加する場合

問題2 現在の日本のエネルギー供給に関する問題点を挙げ、その解決策について 200 字以内で提案せよ。ただし、以下の語句のうち 1 つ以上を使用し、句読点も文字数に含めるものとする。

再生可能エネルギー、環境負荷、リサイクル、バランス

問題1 一次元ポテンシャル  $V(x)$  のもとで運動する質量  $m$  の粒子について考える。

この粒子に対する時間に依存しないシュレーディンガー方程式は、

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

である。ここで、 $x$  は粒子の位置、 $\psi(x)$  は波動関数、 $E$  はエネルギー固有値、 $\hbar$  はディラック定数である。 $V(x)$  が

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & (x \leq 0) \\ 0 & (0 < x < L) \\ V_0 & (L \leq x) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{領域 I} \\ \text{領域 II} \\ \text{領域 III} \end{array}$$

で与えられる場合について、問(1)～(6)に答えよ。ただし、 $0 < E < V_0$  とする。

(1) 領域IIにおける粒子の波動関数  $\psi_{II}(x)$  は、

$$\psi_{II}(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$$

と書くことができる。ただし、 $A, B, k$  は実数で  $k > 0$  である。 $k$  を  $m, \hbar, E$  を用いて表せ。

(2) 領域IIIにおける粒子の波動関数  $\psi_{III}(x)$  は、

$$\psi_{III}(x) = Ce^{-\lambda x}$$

と書くことができる。ただし、 $C, \lambda$  は実数で  $\lambda > 0$  である。 $\lambda$  を  $m, \hbar, V_0, E$  を用いて表せ。

(3) (1)および(2)の結果を用いて、 $k$  と  $\lambda$  の間に成り立つ関係式を導け。

(4)  $x = 0$  および  $x = L$  における境界条件から、 $k$  と  $\lambda$  の間に成り立つ関係式を導け。

(5) (3)および(4)で導いた二つの関係式のグラフをそれぞれ描け。ただし、 $k$  を横軸、 $\lambda$  を縦軸にとること。

(6) 束縛状態 ( $E < V_0$ ) の波動関数の  $k$  と  $\lambda$  は、(3)および(4)で導いた二つの関係式を同時に満たす。束縛状態が一つのみ存在するような  $V_0$  の範囲を不等式で示せ。

専門：II-1 (続き)

問題 2 同種の单原子分子からなる理想気体について、問(1)～(3)に答えよ。ただし、式中の記号の意味は以下のとおりである。

$V$	体積	$m$	気体分子の質量
$k_B$	ボルツマン定数	$T$	温度
$h$	プランク定数	$Z$	分配関数
$F$	ヘルムホルツエネルギー	$n$	物質量 (モル数)
$R$	気体定数	$P$	圧力
$N$	気体分子の個数	$N_A$	アボガドロ定数

(1) 分子一つの分配関数  $z$  は

$$z = V \left( \frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

で与えられる。 $N$  個の分子からなる気体の分配関数  $Z_N$  を求めよ。

(2) 分配関数  $Z$  とヘルムホルツエネルギー  $F$  との間には、

$$F = -k_B T \ln Z$$

という関係がある。(1)の結果および十分大きな自然数  $N$  に対して成り立つスタッリングの公式

$$\ln N! \approx N \ln N - N$$

を用いて、 $N$  個の分子からなる気体のヘルムホルツエネルギー  $F_N$  を求めよ。

(3) (2)の結果に熱力学の公式

$$P = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

を適用し、理想気体の状態方程式

$$PV = nRT$$

と比較することで、 $R = N_A k_B$  であることを示せ。

問題1 半導体およびそのpn接合に関して、問(1)、(2)に答えよ。

- (1) 以下の文章は、半導体およびそのpn接合に関する説明である。①~⑯にあてはまる適切な語句または文字を記せ。

電気抵抗率が金属と絶縁体の中間的な値をとる物質を半導体とよぶ。半導体の電気抵抗率は、一般に温度上昇に伴って①する。代表的な半導体であるシリコンの完全結晶においては、②帶が電子で完全に満たされている一方で、③帶には電子は存在しない。シリコン結晶に15族元素である④などを不純物として添加すると、室温では⑤が③帶に熱的に励起されて⑥型半導体となる。このような添加不純物を、電子を与えるものという意味で⑦とよぶ。⑥型半導体のフェルミ準位は、真性フェルミ準位よりもエネルギーが⑧い。一方、シリコン結晶に13族元素である⑨などを不純物として添加すると、室温では②帶に⑩が生じて⑪型半導体となる。このような添加不純物を、電子を受けとるものという意味で⑫とよぶ。⑪型半導体のフェルミ準位は、真性フェルミ準位よりもエネルギーが⑬い。

LEDや太陽電池などでは、p型半導体とn型半導体を接合したpn接合が用いられる。pn接合の接合界面近傍には③電子や⑩がほとんど存在しない領域（空乏層）が形成される。また、空乏層内のp型半導体は負に、n型半導体は正に帯電し、空乏層の両端で電位差が生じる。この電位差は拡散電位とよばれ、接合前のn型半導体とp型半導体の⑭の差を電気素量で割った値に等しい。

pn接合のp型側に⑮、n型側に⑯の電圧を印加すると電流が流れることに対し、逆方向の電圧を印加すると電流はほとんど流れない。pn接合のこの性質を利用した素子が⑰である。

(2) 図1は、pn接合の接合界面近傍における電荷密度分布を近似的に表したモデルである。接合界面を $x=0$ として、 $x < 0$ がn型半導体、 $x > 0$ がp型半導体、 $-l_n < x < l_p$ が空乏層である。半導体内の電荷密度分布 $\rho(x)$ は、

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq -l_n) \\ qN_D & (-l_n < x < 0) \\ -qN_A & (0 < x < l_p) \\ 0 & (x \geq l_p) \end{cases} \quad [1]$$

となっている。ここで、 $q$ は電気素量、 $N_D$ はn型半導体の不純物濃度、 $N_A$ はp型半導体中の不純物濃度である。また、領域IおよびIVにおける電位は、

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq -l_n) \\ -V_D & (x \geq l_p) \end{cases} \quad [2]$$

と表せる。ただし、 $V_D (> 0)$ は拡散電位である。このモデルに基づいて、設問1)～5)に答えよ。なお、半導体内の電位 $\phi(x)$ は、ポアソン方程式

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_s} \quad [3]$$

に従う。ただし、 $\epsilon_s$ は半導体の誘電率である。

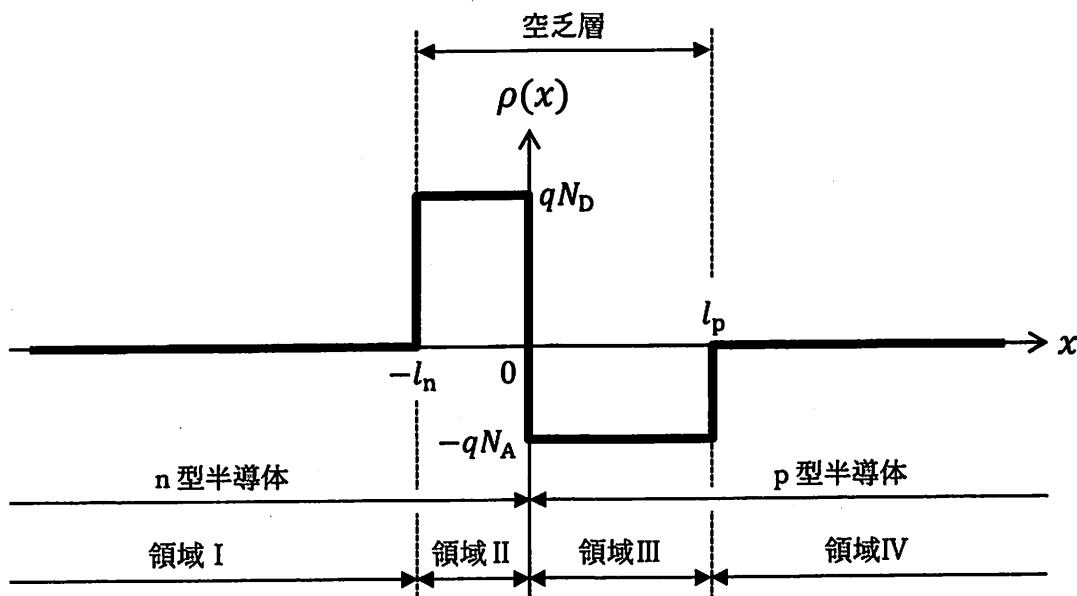


図1 pn接合の接合界面近傍における電荷密度分布を近似的に表したモデル。

専門： II-2 (続き)

- 1) 領域 I ~IV のそれぞれにおけるポアソン方程式を書け.
- 2) 1)のポアソン方程式および適切な境界条件を用いて、領域 I ~IV における電場を表す式を導け.
- 3) 2)の結果および式[2]から定まる境界条件を用いて、領域II およびIII における電位を表す式を導け.
- 4)  $x = 0$  での電位の連続性から、 $V_D$  と  $l_n$ ,  $l_p$ ,  $N_A$ ,  $N_D$  との関係を表す式を導け.
- 5) 4)の結果および  $x = 0$  での電場の連続性から、 $l_n$  および  $l_p$  を  $V_D$ ,  $N_A$ ,  $N_D$  の関数として表す式をそれぞれ導け.

次ページに続く

専門： II - 2 (続き)

問題2 図1は、銅(Cu)と金(Au)からなる金属間化合物の結晶構造を示したものである。この結晶は立方晶に属し、Cu結晶のCu原子の一部をAu原子で規則的に置換したものと見なすことができる。この結晶について、問(1)～(6)に答えよ。

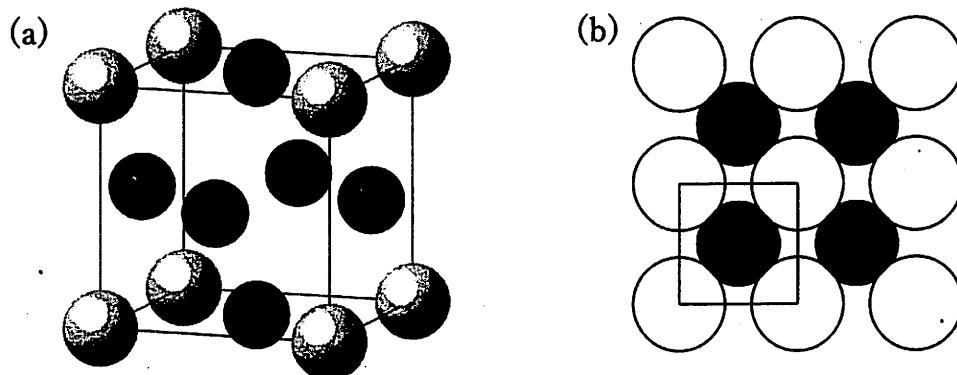


図1 Cu原子(●)とAu原子(○)とからなる金属間化合物の結晶構造。(a)単位胞、(b)(100)面の原子配列および面内方向の繰り返し単位(四角形)。

- (1) この結晶の化学式を書け。
- (2) この結晶の結晶格子(ブラベ格子)の名称を書け。
- (3) この結晶中の(110)面、(111)面の原子配列および面内方向の繰り返し単位を図(b)にならってそれぞれ描け。
- (4) Cu原子の最近接原子のうち、Cu原子およびAu原子はそれぞれ何個か答えよ。  
また、Au原子の最近接原子のうち、Cu原子およびAu原子はそれぞれ何個か答えよ。
- (5) Cu原子の半径は0.128 nm、Au原子の半径は0.144 nmである。両者が接しているとして、この結晶の格子定数を求めよ。
- (6) (5)で求めた格子定数を用いて、(111)面の間隔を求めよ。

## 専門：II-3

問題 1 放射線保健物理に関する以下の問い合わせに答えよ。

(1) 以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

一般環境中に放出された放射性物質に対する防護では、その環境中動態の理解に基づく将来予測が必要となる。放射性物質は放射壊変(崩壊)により元素が変化し、物理的・化学的性質が変化することで環境中動態が変化する。放射壊変による核種組成の時間変化について考える。

放射性核種 1 が放射性核種 2 に、さらに安定核種 3 へと放射壊変する場合の、各核種の原子数の時間変化(A)を考える。ただし、放射壊変以外の過程は無視する。核種  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の原子数を  $N_i$ 、壊変定数(崩壊定数)を  $\lambda_i$ 、時間を  $t$  とする。放射壊変は確率事象であり、各核種の原子数の変化率はそれぞれ

$$\frac{dN_1}{dt} = \boxed{\text{ア}}, \frac{dN_2}{dt} = \boxed{\text{イ}}, \frac{dN_3}{dt} = \boxed{\text{ウ}}$$

で表される。初期状態( $t = 0$ )において核種 1, 2 がそれぞれ  $N_1^0, N_2^0$  個存在するとき、

$$N_2(t) = \boxed{\text{エ}} \{ \exp(\boxed{\text{オ}}) - \exp(\boxed{\text{カ}}) \} + \boxed{\text{キ}} \exp(\boxed{\text{カ}})$$

である。

今、核種 1 と核種 2 を含む物質を考える。この物質中で、核種 1 と核種 2 が放射平衡の一つである永年平衡(永続平衡)(B)と呼ばれる状態になることがある。この時、核種 1 と核種 2 の放射能には特徴的な関係が見られる。

- 1) 微分方程式の右辺  $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ウ}}$  に入る式を、 $N_i, \lambda_i, t$  ( $i = 1, 2, 3$ ) のうち適切なものを用いて答えよ。
- 2)  $\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{キ}}$  に入る文字式を、 $N_i, \lambda_i, t, N_1^0, N_2^0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) のうち適切なものを用いて答えよ。
- 3) 下線部(A)について、初期状態( $t = 0$ )において核種 1 だけが  $N_1^0$  個存在するとき、時刻  $t = t_1$  での核種 1, 2, 3 の原子数  $N_1(t_1), N_2(t_1), N_3(t_1)$  を用いて  $N_1^0$  を表せ。

## 専門：II-3（続き）

- 4) 下線部(B)について、着目する物質中での永年平衡に関する以下の(a)～(e)の記述の中で、正しいものを全て挙げよ。
- (a) 核種1の半減期が核種2の半減期に比して著しく長い必要がある。
  - (b) 核種1の壊変定数が核種2の壊変定数に比して著しく小さい必要がある。
  - (c)  $N_2^0 = 0$ の場合、平衡状態に達した時に核種1, 2の原子数はほぼ等しい。
  - (d) 核種1と核種2のいずれかが物質中から移動する場合、永年平衡に達しない。
  - (e) 初期状態から核種2の半減期の2倍の時間の経過後には、平衡状態に達したとみなせる。

- (2) 以下の文章を読み、問い合わせ答えよ。

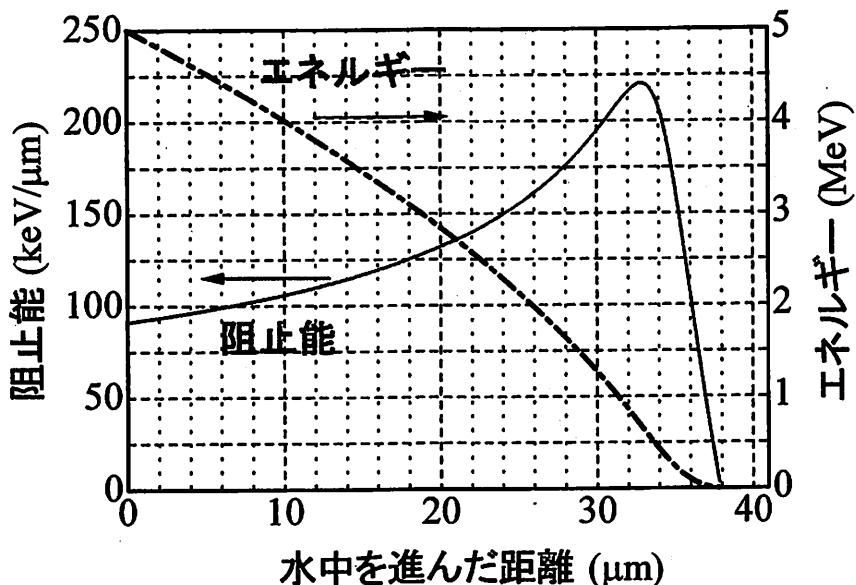
$^{137}\text{Cs}$  の放射壊変による半減期(物理半減期)は 30.2 y である。一方、体内に摂取された  $^{137}\text{Cs}$  の放射能は成人の場合およそ 90 d で半減し、この時間は実効半減期または有効半減期と呼ばれる。実効半減期が物理半減期に比べて短いのは、体内の  $^{137}\text{Cs}$  は放射壊変による減少に加えて代謝により体外に排出され減少する(A)ためである。このように内部被曝には代謝が深く関わり、それは放射性物質ごとに差異がある。原子力利用関連の放射線防護上の重要な核種であり、科学研究の実験や放射線治療でも活用される  $^{131}\text{I}$  (半減期 8.02 d) の内部被曝の対応策では、ヨウ素が人体に必須の微量元素であることと、 $^{131}\text{I}$  が特定の臓器(B)に濃集する代謝の特徴から、安定ヨウ素剤の投与が準備される。

- 1) 下線部(A)について、物理半減期に対して代謝による減少速度を表す半減期の名称を答えよ。
- 2)  $^{137}\text{Cs}$  の物理半減期を 30.2 y、実効半減期を 90.0 d とする。この場合の  $^{134}\text{Cs}$ (物理半減期 2.06 y) の実効半減期を計算せよ。
- 3) 下線部(B)について、体内に入った  $^{131}\text{I}$  が濃集する臓器の名称を答えよ。

専門：II-3(続き)

問題2 放射線計測に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 下図は 5 MeV の $\alpha$ 粒子が水中を進む際の、進んだ距離と $\alpha$ 粒子のエネルギーおよび $\alpha$ 粒子に対する水の阻止能の関係を示したものである。なお、 $\alpha$ 粒子は直進するものとする。以下の問いに答えよ。



- 1) 阻止能の曲線の名称を答えよ。
- 2) 5 MeV の $\alpha$ 粒子の飛程を求めよ。
- 3) 3 MeV の $\alpha$ 粒子の飛程を求めよ。
- 4) 5 MeV の $\alpha$ 粒子が飛程終端から 15 μm の範囲で水に付与するエネルギーを求めよ。
- 5) 4 MeV の $\alpha$ 粒子が 20 μm の水の層を通過した後に有しているエネルギーを求めよ。
- 6) 線源から 4.5 MeV で放出された $\alpha$ 粒子から 1.5 MeV エネルギーを減少させ 3 MeV にするのに必要な水の層の厚さを求めよ。

- (2) 中性子用サーベイメータに関する以下の文章を読み、問い合わせに答えよ。

中性子は電荷を持っておらず A 電離放射線に分類される。そのため、中性子を検出するには、B 電離放射線である高エネルギー C を生成する核反応を利用する必要がある。特に熱中性子を検出するためには  $^3\text{He}(\text{n},\text{p})^3\text{H}$  反応のような D が利用される。高エネルギー C を生成する核反応の内、一旦中性子を吸収し複合核を形成する反応の低エネルギー領域での断面積は、中性子の速さを  $v$  とすると E に比例し、熱中性子のようなエネルギーの低い中性子ほど高い確率で

## 専門：II-3(続き)

反応が起こる。高エネルギーの中性子を効率良く検出するためには、中性子と物質中の原子核との弾性散乱を用い中性子のエネルギーを減少させる必要がある。高エネルギーから低エネルギーにわたる広いエネルギー範囲の中性子を測定する必要のある中性子用サーベイメータは、熱中性子に感度のある検出器の周辺をポリエチレンのような(A)水素原子を多く含む F で覆った構造を持つ。中性子用のサーベイメータの F の厚みは、検出器の応答のエネルギー依存性が G のエネルギー依存性に類似した形状になるように設計・調整されている。

1) 上の文章の空欄 A ~ G に最も良く当てはまるものを次の選択肢の中から選べ。

- ア) 吸熱反応、イ) 発熱反応、ウ) しきい反応、エ) 直接、オ) 間接、カ) 1 cm 線量当量換算係数、キ) カーマ係数、ク) 線減弱係数、ケ)  $1/\nu$ 、コ)  $1/\nu^2$ 、サ)  $\nu$ 、シ)  $\nu^2$ 、ス) 減速材、セ) 添加剤、ソ) 断熱材、タ) 荷電粒子、チ) 中性子、ツ) ニュートリノ

2) 下線部(A)にあるように、 F に水素原子がよく用いられる理由のひとつは、水素原子核による弾性散乱が他の原子核との弾性散乱に比べ効率良く中性子のエネルギーを奪い取ることができるからである。その理由を説明せよ。

なお、質量  $m$ 、運動エネルギー  $E_{in}$  の中性子が質量  $M$  の原子核と弾性散乱した際、原子核の反跳角を  $\theta$  とすると反跳された原子核の運動エネルギー  $E_{recoil}$  は以下の通りである。また、原子核の反跳角  $\theta$  の分布は  $M$  に依存しないと仮定してよい。

$$E_{recoil} = E_{in} \frac{4mM}{(m+M)^2} \cos^2 \theta$$

## 専門：II-4

問題1 原子炉あるいは原子燃料に関する以下の問いに答えよ。

(1)以下の語句について50字程度で説明せよ。

- 1) 再処理
- 2) マイナーアクチニド

(2) ウラン濃縮で用いられる代表的な技術を2つあげ、それぞれの概要を各50字程度で説明せよ。

(3) 軽水炉の核燃料として二酸化ウラン( $UO_2$ )が一般的に使用される。ウランの採鉱から  $UO_2$  を製造するまでの各工程の名称を工程順に書け。なお、工程の一つであるウラン濃縮を含めて書くこと。

問題2 以下の問いに答えよ。

(1) 一次元無限平板体系における一群の中性子拡散方程式を考える。

$$-D \frac{d^2}{dx^2} \phi(x) + \Sigma_a \phi(x) = \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \phi(x) \quad (i)$$

ここで、 $D$ は拡散係数、 $\Sigma_a$ は巨視的吸收断面積、 $k$ は実効増倍率、 $\nu$ は核分裂あたりの発生中性子数、 $\Sigma_f$ は巨視的核分裂断面積 ( $\nu \Sigma_f$ は巨視的生成断面積)、 $\phi(x)$ は中性子束、 $x$ は原子炉内の位置である。

- 1) (i)式の左辺第2項及び右辺の物理的意味を説明せよ。
- 2) 無限の大きさでかつ均質な原子炉を想定する。この原子炉の無限増倍率を、(i)式で用いられている巨視的断面積で表せ。
- 3) 厚さ  $a$  の均質な平板状原子炉を想定する。(i)式を用いて原子炉内における中性子束分布を求めよ。ただし、原子炉の表面で中性子束が0になるものと仮定し、原子炉の中心を原点とする。また、原子炉内での中性子束の最大値を1とせよ。
- 4) 3)の原子炉の実効増倍率を原子炉の厚さ  $a$ 、拡散係数  $D$ 、巨視的断面積を用いて表せ。

次ページに続く

## 専門：II-4(続き)

5) 3)で想定した原子炉が平板の単位面積あたり一定の熱出力  $P$  で運転している。原子炉内の中性子束分布の最大値を熱出力  $P$ , 原子炉の厚さ  $a$ , 巨視的断面積を用いて表せ。ただし、一回の核分裂あたりに発生するエネルギーを  $\kappa$  とせよ。単位時間・単位体積当たりの発熱量は、 $\kappa \Sigma_f \phi(x)$  で計算することが出来る。

### (2) 原子炉の動特性について考察する。

- 1) 極めて低い一定出力で運転している一般的な軽水炉において、制御棒をわずかに引き抜いた際の原子炉出力  $p(t)$  は(ii)式で表される。(ii)式を解き、 $p(t)$  を  $t$ ,  $k$ ,  $\tau$ ,  $t = 0$  の時の原子炉出力  $p(0)$  を用いて表せ。なお、 $k$ ,  $\tau$  は時間に依存しない一定値と仮定して良い。

$$\frac{d}{dt} p(t) = \frac{k - 1}{\tau} p(t) \quad (\text{ii})$$

ここで、 $t$  は時間、 $p(t)$  は原子炉出力、 $k$  は原子炉の実効増倍率、 $\tau$  は遅発中性子を考慮した実効的な世代時間である。

- 2) 一定の定格全出力で運転している一般的な軽水炉を考える。制御棒をわずかに引き抜いた場合、原子炉出力は時間とともに上昇する。しかしながら、ある時間が経過した後、制御棒の位置を元に戻さなくても原子炉出力は上昇し続けることはなく、ある値でほぼ一定となる。この理由について、150字程度で説明せよ。

## 専門 : II-5

問題1 図1に示すように、2点A, Bで支持された長さが $\ell$ の単純支持はりを考える。点Aから距離 $a, b$ に集中荷重 $W_1, W_2$ が作用しており、各支点での反力を $R_A, R_B$ とする。以下の問いに答えよ。  
ただし、はりの自重は考えない。

- (1)  $W_1, W_2, R_A, R_B$ の間に成り立つ関係を求めよ。
- (2) 支点Aまわりのモーメントの釣り合いを求めよ。
- (3) 反力 $R_A, R_B$ を求めよ。

また、点Aから距離 $x$ (ただし、 $a < x < b$ とする)における断面pqにはたらく下向きのせん断応力を $F_x$ 、反時計回りのモーメントを $M_x$ とする。同様に、上向きのせん断応力を $F'_x$ 、時計回りのモーメントを $M'_x$ とする。

- (4) モーメント $M_x, M'_x$ を $R_A, R_B, \ell, a, b, W_1, W_2, x$ を用いて表せ。

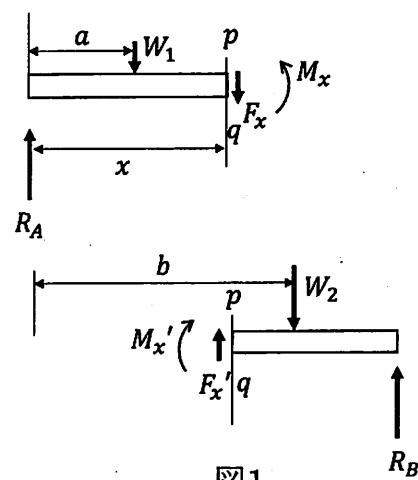
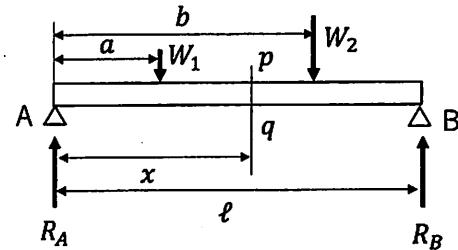


図1

図2に示すように、支点Bが固定された長さが $\ell$ の片持ちはりを考える。点Aに集中荷重 $W_1$ が、点Aから距離 $a$ に集中荷重 $W_2$ が作用している。以下の問いに答えよ。ただし、はりの自重は考えない。

- (5) 支点Bにおける反力 $R_B$ およびモーメント $M_B$ を求めよ。
- (6) 断面pqにおけるせん断応力 $F_x$ 及びモーメント $M_x$ を $M_B, R_B, W_2, x, \ell, a$ を用いて表せ。ただし、 $x < a$ とする。

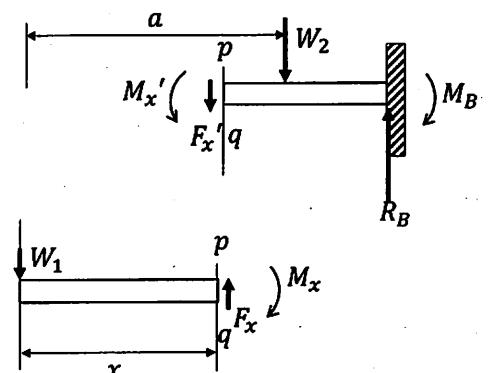
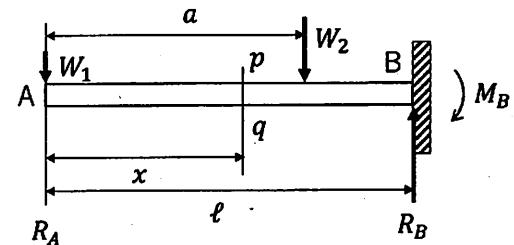


図2

## 専門：II-5 (続き)

問題2 図1に示す曲がり円管に一様な水が流れている。入口部1の流速は、 $u_1 = 5.0 \text{ m s}^{-1}$ 、圧力は $p_1 = 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、円管の直径は $d_1 = 0.1 \text{ m}$ とする。また、出口部は同じく、 $p_2 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $d_2 = 0.05 \text{ m}$ である。ただし、流れは $x, y$ 面内として、水の自重などの体積力は考えなくてよく、水の密度は $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ とする。下記の問い合わせに答えよ。

- (1) 出口の流速 $u_2$ を計算して数値で示せ。
- (2) 水の流れが円管に作用する $x$ 方向、 $y$ 方向の力を計算して数値で示せ。
- (3) 円管に作用する合力とその方向を数値で示せ。

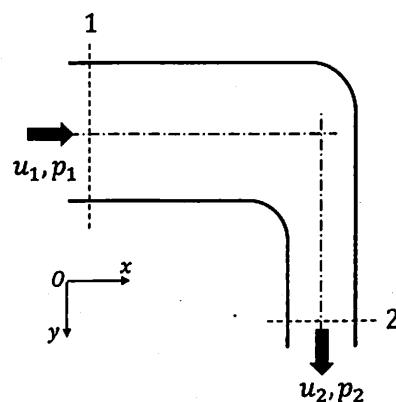


図1

## 専門：II-5 (続き)

問題 3 次の文章を読み、以下の問い合わせに答えよ。

図 1 に示す空気冷凍機により、外気(空気)を取り込み、 $1 \text{ mol s}^{-1}$  の冷風を生成する場合を考える。配管および圧縮機、タービンはいずれも完全に断熱されている。また、配管や各機器の圧力損失は無視できるものとする。図中の 1~4 の点における空気の圧力と温度、1 molあたりの体積を、それぞれ  $p_1, T_1, V_1$  などとする。空気は 2 原子分子の理想気体とし、定積モル比熱と定圧モル比熱をそれぞれ  $C_V, C_p$  とする。気体定数  $R$  を  $8.3 \text{ J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$  とする。

圧縮機で空気は可逆断熱圧縮される。断熱過程では、気体はボアソンの式  $pV^\kappa = (\text{一定})$  に従う。ここで、断熱指数  $\kappa$  は [ア] とも呼ばれ、空気の場合その値は [イ] である。気体の出入りを伴う系では、圧縮機により系に与えられる仕事は単位時間あたり  $W = \int_{p_1}^{p_2} V dp$  で与えられる。ボアソンの式を代入して積分すると  $W =$  [ウ] となる。さらに状態方程式を用いて整理すると、温度  $T_2$  は、[エ] となる。熱交換器で冷却され温度が  $T_3$  となった空気は、タービンで可逆断熱膨張してさらに温度が下がる。各点の圧力と温度をまとめると表 1 となる。

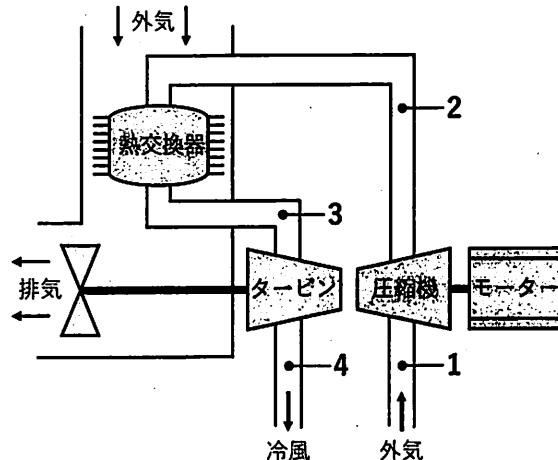


図 1 空気冷凍機

表 1

点	$p$ [Pa]	$T$ [K]
1	101,000	300
2	$p_2$	372
3	$p_3 (= p_2)$	310
4	101,000	$T_4$

- (1) 本文中の空欄 [ア] ~ [エ] にあてはまる語句または式を選択肢から選び、番号で答えよ。ただし、[ウ]、[エ]については計算過程も示せ。
- (2) 圧力  $p_1$  が  $101 \text{ kPa}$ 、温度  $T_1, T_2, T_3$  がそれぞれ  $300 \text{ K}, 372 \text{ K}, 310 \text{ K}$  であるとき、 $p_2, T_4, W$  が、それぞれいくらになるか数値で答えよ。
- (3) この空気冷凍機における空気の状態変化を表わす  $p$ - $V$  線図を示せ。

## 専門：II-5 (続き)

選択肢

1:  $\frac{5}{3}$

2: 比熱比

3: 圧縮係数

4:  $W + \frac{T_1}{C_p}$

5: 1.4

6:  $\frac{p_2^{\kappa+1} - p_1^{\kappa+1}}{\kappa+1}$

7: 空氣定数

8:  $\frac{7}{3}$

9:  $T_1 + \frac{W}{C_p}$

10:  $T_1 + \frac{W}{\kappa R}$

11:  $p_1 V_1 + \frac{\kappa}{\kappa-1} p_2 V_2$

12: 4.19

13:  $\frac{C_V}{R} + T_1$

14:  $\frac{\kappa}{\kappa-1} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$

問題1 以下の文章を読み、問(1)~(6)に答えよ。

図1に示す、内部抵抗が無視できる起電力 $E$ の電池、電気抵抗値 $R_1$ 、 $R_2$ の電気抵抗、静電容量 $C_1$ 、 $C_2$ のコンデンサーからなる電気回路において、時間 $t = 0$ でスイッチを開じたのち、回路に流れる電流を $i(t)$ とする。 $v_o(t)$ はこの回路の出力電圧である。このとき以下の問い合わせよ。必要であれば次ページのラプラス変換表、ラプラス変換の基本公式を用いても構わない。

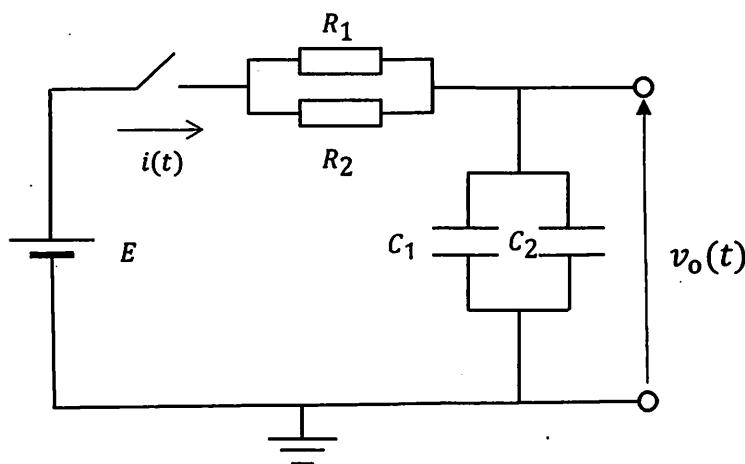


図1

- (1) 並列接続された抵抗 $R_1$ 、 $R_2$ の合成電気抵抗 $R$ を求めよ。
- (2) 並列接続されたコンデンサー $C_1$ 、 $C_2$ の合成容量 $C$ を求めよ。
- (3) 電気抵抗 $R_1$ 、 $R_2$ を流れる電流をそれぞれ $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ とするとき、 $i_1(t)$ の $i_2(t)$ に対する比の値を求めよ。
- (4) この回路の出力電圧 $v_o(t)$ を $C$ 、 $i(t)$ 、 $t$ を用いて表せ。ただし、スイッチを開じる前は $v_o(t) = 0$ とする。
- (5) この回路の出力電圧 $v_o(t)$ と電流 $i(t)$ を求めるための連立方程式を $E$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $t$ を用いて示せ。
- (6) (5)で求めた連立方程式を解き、この回路の出力電圧 $v_o(t)$ を $E$ 、 $C$ 、 $R$ 、 $t$ を用いて表せ。

専門：II-6(続き)

ラプラス変換表

原関数 : $f(t)$	像関数 : $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

ラプラス変換の基本公式

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{s}F(s)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(+0)$$

次ページに続く

専門:II-6(続き)

問題2 以下の文章を読み、問(1)~(3)に答えよ。

イオンに作用する電磁力をを利用してイオンのエネルギーなどを計測する装置について考察する。図1に示すように  $y > 0$  の領域に  $z$  軸 ア 方向の一様な磁場(磁束密度  $B$ )があり、原点Oの入射口から  $y$  軸正方向に向かって速度  $v_0$  で電荷  $q > 0$ 、質量  $m$  のイオンが入射される。イオンは磁場からのローレンツ力により半径  $r = \boxed{\text{イ}}$  の旋回運動をして、磁場領域の境界となる平面  $y = 0, x > 0$  に戻ってくる。そこにはイオンが衝突した点で蛍光を発するスクリーンがあり、イオンが衝突

した点Pの位置を特定できる。イオンが入射してからスクリーンに衝突するまでの時間  $T$  は  $T = \boxed{\text{ウ}}$  で与えられる。旋回円の中心  $O'$  の座標は  $(r, 0, 0)$ 、点Pの座標は  $(2r, 0, 0)$  なので、 $q, m$  が既知であれば、点Pの位置と  $B$  を用いて入射速度  $v_0$  が求められる。イオンに働く重力は無視できるものとする。イオンの速度は光速より十分小さく相対論的效果は無視できる。

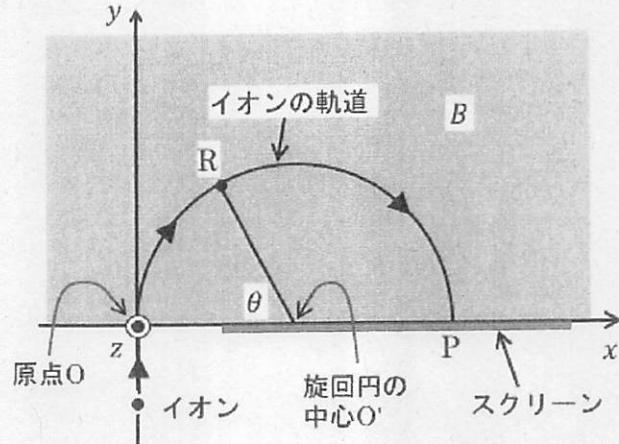


図1 イオンエネルギー分析装置。紙面手前向きを  $z$  軸正方向とする。

(1) 文中の空欄ア, イ, ウに当てはまる適切な語句あるいは数式を答えよ。

(2) 1価イオン(電荷  $e$ )が入射され、点Rにおいて電子との衝突などにより2価(電荷  $2e$ )へ変化したとする。 $e$  は電気素量である。角  $\theta$  を図1のように定義する。点Rにおいてイオンの速度の大きさ・向きおよび質量の変化はないものとする。イオンの質量  $m$  および入射速度  $v_0$  を固定とし、1価イオンのまま運動した時にスクリーンに衝突する点Pの座標を  $(x_1, 0, 0)$ 、途中で2価イオンになったのちにスクリーンに衝突する点Qの座標を  $(x_2, 0, 0)$  とする。以下のそれぞれの  $\theta$  について、図1を参考にしてxy平面におけるイオンの軌道の概略図を描き、 $x_1$  および  $\theta$  のうち必要なものを用いて  $x_2$  を表せ。

- a)  $\theta = 0$  (ヒント: 最初から2価のイオンを入射した時と同じである)
- b)  $\theta = \pi/2$

専門: II-6(続き)

- c)  $0 < \theta < \pi/2$  の範囲の任意の  $\theta$
- d)  $\pi/2 < \theta < \pi$  の範囲の任意の  $\theta$

(3)  $q$  が同じで  $m$  の異なる複数のイオン種が混在している場合、上の文章の方法ではイオン種の区別およびエネルギーの測定ができない。そこで  $z$  軸正方向の一様な電場  $E > 0$  を加えた。以下の問いに答えよ。ただし上記(2)で想定したような入射後のイオンの電荷の変化は考慮しなくてよい。

- 1) イオンがスクリーンに衝突する点  $P'$  の座標  $(x'_1, 0, z'_1)$  を求めよ。変数として、イオンの電荷  $q$ 、イオンの質量  $m$ 、イオンの入射速度  $v_0$ 、磁束密度  $B$ 、電場  $E$  のうち必要なものを用いよ。
- 2) 同じエネルギーの軽水素イオン  ${}^1\text{H}^+$  と重水素イオン  ${}^2\text{H}^+$  ( $\text{D}^+$ ) が入射されたとき軽水素イオンがスクリーンに衝突する点を  $(x_{\text{H}}, 0, z_{\text{H}})$ 、重水素イオンが衝突する点を  $(x_{\text{D}}, 0, z_{\text{D}})$  とする。軽水素イオンの入射速度に対する重水素イオンの入射速度の比を求めよ。また  $x_{\text{D}}$  および  $z_{\text{D}}$  を  $x_{\text{H}}$  または  $z_{\text{H}}$  を用いて表せ。ただし重水素イオンの質量  $m_{\text{D}}$  は軽水素イオンの質量  $m_{\text{H}}$  の 2 倍とする。